

Lösungen zu den Rotationskörperaufgaben

Aufgabe 1:

a) $V = 20 \cdot \pi \text{ VE} \approx 62,8 \text{ VE}$ Zylinder

b) $V = \frac{20}{3} \cdot \pi \text{ VE} \approx 20,9 \text{ VE}$ Kegel

c) $V = \frac{32}{3} \cdot \pi \text{ VE} \approx 33,5 \text{ VE}$ Kugel

d) $V \approx 176,4 \text{ VE}$ Kegelstumpf

Aufgabe 2:

a) $V = 8,1 \cdot \pi \text{ VE} \approx 25,4 \text{ VE}$

b) $V = \frac{63}{12} \cdot \pi \text{ VE} \approx 16,5 \text{ VE}$

c) $V = \frac{2}{3} \cdot \pi \text{ VE} \approx 2,1 \text{ VE}$

Aufgabe 3:

Schnittpunkte der Graphen: $x_1=0$ und $x_2=4$ ($f(x)=g(x)$)

$$g(x)^2 = (\sqrt{x})^2 = x = h(x) \Rightarrow H(x) = \frac{1}{2} x^2 + C \quad C \in \mathbb{R}$$

$$f(x)^2 = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 = \frac{1}{4}x^2 = k(x) \Rightarrow K(x) = \frac{1}{12}x^3 + C \quad C \in \mathbb{R}$$

$$V = \pi \cdot \int_0^4 g(x)^2 dx - \pi \cdot \int_0^4 f(x)^2 dx = \pi(H(4)-H(0)) - \pi(K(4)-K(0)) = \pi \cdot \frac{1}{2} 4^2 - \pi \cdot \frac{1}{12} 4^3 = \pi \cdot \frac{8}{3} \\ \approx 8,37$$

Der gesuchte Rauminhalt beträgt rund 8,37 VE.

Aufgabe 4:

a) $f(x) = mx+n$ ist die Funktionsgleichung mit $n = r_1$ und $m = \frac{r_2 - r_1}{h}$

(Skizze anfertigen!!, m ist Steigung, $n (=r_1)$ ist y-Achsenabschnitt)

$$f(x)^2 = (mx+n)^2 = m^2x^2 + 2mnx + n^2 = g(x) \Rightarrow G(x) = \frac{1}{3}m^2x^3 + mnx^2 + n^2x + C \quad C \in \mathbb{R}$$

$$V = \pi \cdot \int_0^h f(x)^2 dx = \pi \cdot \int_0^h (mx+n)^2 dx = G(h) - G(0) = \pi \cdot \left(\frac{1}{3}m^2h^3 + mn h^2 + n^2 h - 0 \right)$$

$$= \pi \left[\frac{1}{3} \left(\frac{r_2 - r_1}{h} \right)^2 h^3 + \left(\frac{r_2 - r_1}{h} \right) n h^2 + n^2 h \right] = \frac{\pi}{3} \cdot h(r_2^2 + r_2 \cdot r_1 + r_1^2)$$