Aufgabe:

Gegeben sei die gebrochen-rationale Funktion f mit f(x)= $\frac{8x-16}{(1-x)^3}$. Bekannt ist die dritte Ableitungsfunktion f ```(x) = $\frac{96(2x-7)}{(1-x)^6}$ (Nachweis nicht erforderlich).

a) Bestimmen Sie die Definitionsmenge von f und überprüfen Sie f auf Symmetrie.

b) Bestimmen Sie die Schnittpunkte des Graphen mit den Achsen.

c) Überprüfen Sie das Verhalten des Graphen an den Rändern des Definitionsbereiches und an den Rändern möglicher Polstellen.

d) Zeigen Sie: g(x)= $\frac{16x-40}{(1-x)^4}$ ist die erste Ableitungsfunktion, h(x)= $\frac{48(x-3)}{(1-x)^5}$ ist die zweite Ableitungsfunktion von f.

e) Bestimmen Sie mögliche Extrema und Wendepunkte.

f) Zeichnen Sie den Graphen von f unter Verwendung der in a) bis e) gewonnenen Erkenntnisse in ein sinnvoll angelegtes Koordinatensystem. Bestimmen Sie keine weiteren Wertepaare!

g) Beweisen Sie: $\int f(x)dx = \frac{8x-12}{(1-x)^2}$ +C (C∈ IR).

h) Bestimmen Sie $\int_{-2}^{-1} f(x)dx$.

i) Bestimmen Sie den Inhalt der Fläche zwischen dem Graphen von f und der x-Achse im Intervall [4 ; 6].

j) Bestimmen Sie den Inhalt der Fläche zwischen dem Graphen von f und der x-Achse im Intervall [1,5 ; 3].

k) Der Graph von f und die x-Achse schließen im 4. Quadranten eine nach rechts offene Fläche ein. Bestimmen Sie den Flächeninhalt dieser Fläche.

l) Der Graph von f und die Achsen schließen im 3. Quadranten eine nach links offene Fläche ein. Bestimmen Sie den Inhalt dieser Fläche.

m) Bestimmen Sie die Gleichung einer möglichen Wendetangente (Tangente an f im Wendepunkt).